104學年度國中會考　數學領域

解析：黃士哲、林晴捷老師

第一部分：選擇題（第1~25題）

1. 算式$\left(-1\frac{1}{2}\right)\times\left(-3\frac{1}{4}\right)\times\frac{2}{3}$之值為何？

(A)$\frac{1}{4}$　(B)$\frac{11}{12}$
(C)$\frac{11}{4}$　(D)$\frac{13}{4}$

答案：(D)

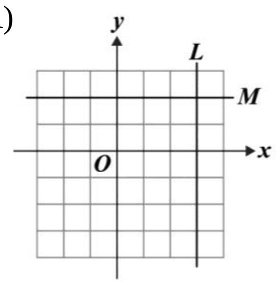
解析：$\left(-1\frac{1}{2}\right)\times\left(-3\frac{1}{4}\right)\times\frac{2}{3}$

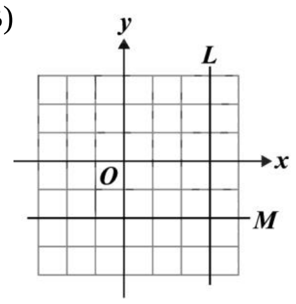
$=\left(-\frac{3}{2}\right)\times\left(-\frac{13}{4}\right)\times\frac{2}{3}$

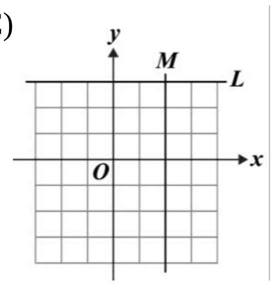
$=+\left(\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{2}_{1}}\times\frac{13}{4}\times\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{3}_{1}}\right)$

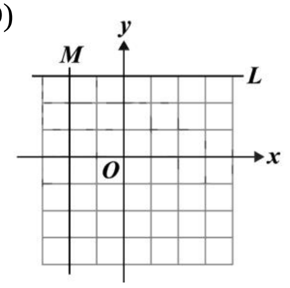
$=\frac{13}{4}$

2. 已知直線 L 的方程式為 $x=3$，直線 M 的方程式為 $y=-2$，判斷下列何者為直線 L、直線 M 畫在坐標平面上的圖形？

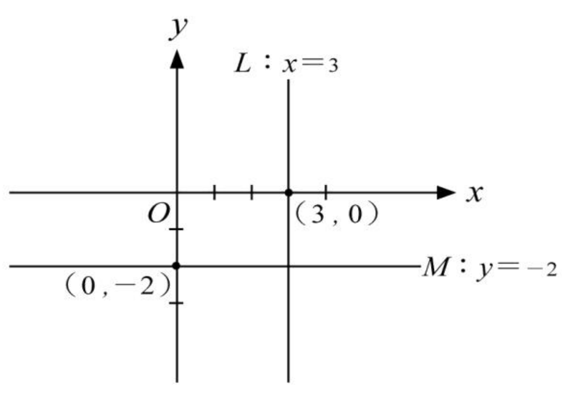
(A)


(B)


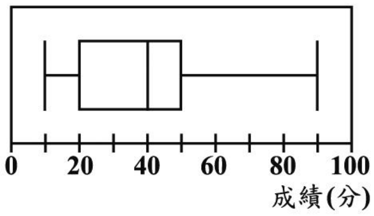
(C)


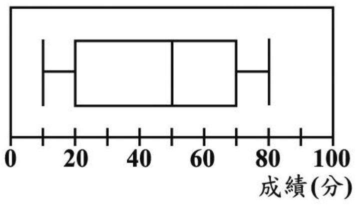
(D)


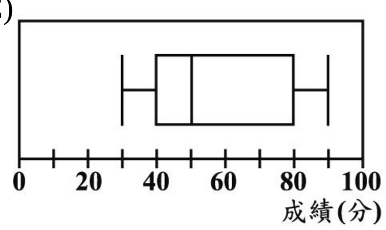
答案：(B)

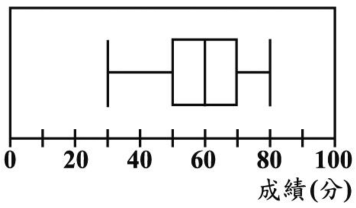
解析：


3. 下列各選項中的盒狀圖分別呈現出某班四次小考數學成績的分布情形，哪一個盒狀圖呈現的資料其四分位距最大？

(A)


(B)


(C)


(D)


答案：(B)

解析：(A)四分位距＝50－20＝30

(B)四分位距＝70－20＝50

(C)四分位距＝80－40＝40

(D)四分位距＝70－50＝20

4. 算式 $(-3)^4-7^2-\dfrac{2^6}{(-2)^3}$ 之值為何？

(A)－138 (B)－122

(C) 24 (D) 40

答案：(D)

解析：$(-3)^4-7^2-\dfrac{2^6}{(-2)^3}$

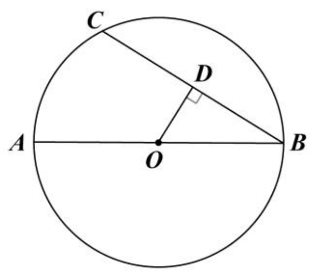
$=81-49-(-8)$

$=32-(-8)$

$=32+8$

$=40$

5. 如圖(一)，$\overline{AB}$ 為圓 O 的直徑，$\overline{BC}$ 為圓 O 的一弦，自 O 點作 $\overline{BC}$ 的垂線，且交 $\overline{BC}$ 於 D 點。若 $\overline{AB}=16$，$\overline{BC}=12$，則△OBD 的面積為何？



圖(一)

(A) $6\sqrt{7}$ (B) $12\sqrt{7}$

(C) 15 (D) 30

答案：(A)

解析：∵ $\overline{AB}$ 為直徑

$\therefore \overline{OB}=\overline{OA}=16\div2=8$

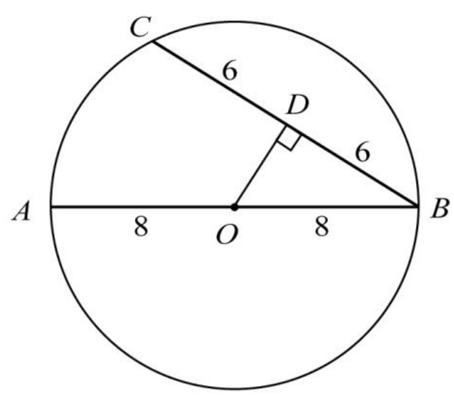
又 $\overline{OD}\perp\overline{BC}$

$\therefore \overline{BD}=\overline{CD}=12\div2=6$

故 $\overline{OD}=\sqrt{8^2-6^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$

$\therefore$ △OBD 面積 $=\dfrac{1}{2}\times\overline{BD}\times\overline{OD}$

$=\dfrac{1}{2}\times6\times2\sqrt{7}=6\sqrt{7}$



6. 計算多項式$-2x(3x-2)^2+3$除以$3x-2$後，所得商式與餘式兩者之和為何？
(A)$-2x+3$ (B)$-6x^2+4x$
(C)$-6x^2+4x+3$ (D)$-6x^2-4x+3$
答案：(C)
解析：＜解一＞
$-2x(3x-2)^2+3$
$=-2x(9x^2-12x+4)+3$
$=-18x^3+24x^2-8x+3$

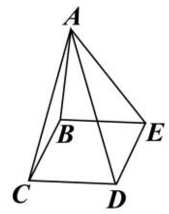
$$
\begin{array}{r|l}
 & -6x^2+4x \\
\hline
3x-2 & -18x^3+24x^2-8x+3 \\
 & -18x^3+12x^2 \\
\hline
 & 12x^2-8x+3 \\
 & 12x^2-8x \\
\hline
 & 3
\end{array}
$$

$\therefore$商式為$-6x^2+4x$
餘式為3
故商式＋餘式$=-6x^2+4x+3$
＜解二＞

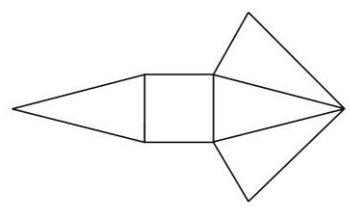
$$
\begin{array}{r|l}
 & -2x(3x-2) \\
\hline
3x-2 & -2x(3x-2)^2+3 \\
 & -2x(3x-2)^2 \\
\hline
 & 3
\end{array}
$$

$\therefore$商式為$-2x(3x-2)$
餘式為3
故商式＋餘式
$=-2x(3x-2)+3$
$=-6x^2+4x+3$

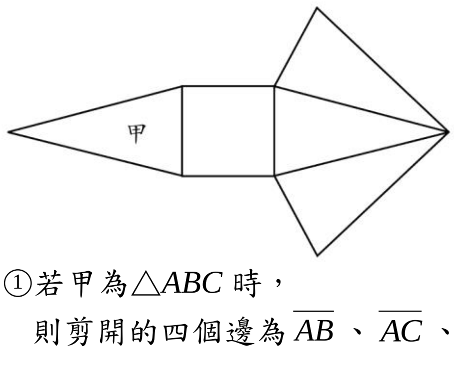
7. 將圖(二)的正四角錐$ABCDE$沿著其中的四個邊剪開後，形成的展開圖為圖(三)。判斷下列哪一個選項中的四個邊可為此四個邊？
(A)$\overline{AC}$、$\overline{AD}$、$\overline{BC}$、$\overline{DE}$
(B)$\overline{AB}$、$\overline{BE}$、$\overline{DE}$、$\overline{CD}$
(C)$\overline{AC}$、$\overline{BC}$、$\overline{AE}$、$\overline{DE}$
(D)$\overline{AC}$、$\overline{AD}$、$\overline{AE}$、$\overline{BC}$



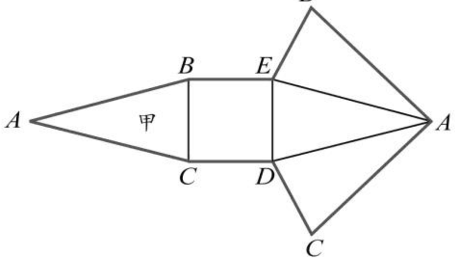
圖(二)


圖(三)

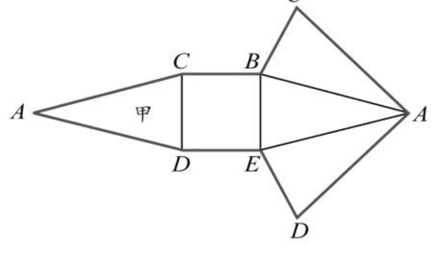
答案：(A)
解析：



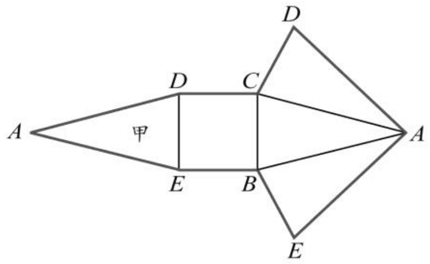
①若甲為△ABC時，
則剪開的四個邊為$\overline{AB}$、$\overline{AC}$、$\overline{BE}$、$\overline{CD}$。



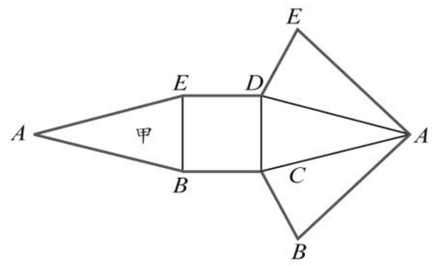
②若甲為△ACD時，
則剪開的四個邊為$\overline{AC}$、$\overline{AD}$、$\overline{BC}$、$\overline{DE}$。



③若甲為△ADE 時，
則剪開的四個邊為 $\overline{AD}$ 、$\overline{AE}$ 、$\overline{CD}$ 、$\overline{BE}$ 。



④若甲為△ABE 時，
則剪開的四個邊為 $\overline{AB}$ 、$\overline{AE}$ 、$\overline{BC}$ 、$\overline{DE}$ 。



故選(A)。

8. 下列哪一個選項中的等式不成立？

(A) $\sqrt{3^8}=3^4$
(B) $\sqrt{(-5)^6}=(-5)^3$
(C) $\sqrt{3^4\times5^{10}}=3^2\times5^5$
(D) $\sqrt{(-3)^4\times(-5)^8}=(-3)^2\times(-5)^4$

答案：(B)

解析：(A) $\sqrt{3^8}=\sqrt{(3^4)^2}=3^4$

(B) $\sqrt{(-5)^6}=\sqrt{5^6}=\sqrt{(5^3)^2}=5^3$（$\because \sqrt{(-5)^6}$ 為正數，$\therefore \sqrt{(-5)^6}\neq(-5)^3$）

(C) $\sqrt{3^4\times5^{10}}=\sqrt{3^4}\times\sqrt{5^{10}}=\sqrt{(3^2)^2}\times\sqrt{(5^5)^2}=3^2\times5^5$

(D) $\sqrt{(-3)^4\times(-5)^8}=\sqrt{3^4\times5^8}=\sqrt{3^4}\times\sqrt{5^8}=\sqrt{(3^2)^2}\times\sqrt{(5^4)^2}$

$=3^2\times5^4=(-3)^2\times(-5)^4$

9. 圖(四)為某餐廳的價目表，今日每份餐點價格均為價目表價格的九折。若恂恂今日在此餐廳點了橙汁雞丁飯後想再點第二份餐點，且兩份餐點的總花費不超過 200 元，則她的第二份餐點最多有幾種選擇？

吻仔魚養生粥	蕃茄蛋炒飯	鳳梨蛋炒飯	酥炸排骨飯	和風燒肉飯	蔬菜海鮮麵	香脆炸雞飯	清蒸鱈魚飯	香烤鯛魚飯	紅燒牛腩飯	橙汁雞丁飯	白酒蛤蜊麵	海鮮墨魚麵	嫩烤豬腳飯
60元	70元	70元	80元	80元	90元	90元	100元	100元	110元	120元	120元	140元	150元

圖(四)

(A) 5
(B) 7
(C) 9
(D) 11

答案：(C)

解析：設第二份餐點為 x 元

$(120+x)\times0.9\leq200$

$120+x\leq200\div0.9$

$120+x\leq\dfrac{2000}{9}$

$120+x\leq222\dfrac{2}{9}$

$x\leq102\dfrac{2}{9}$

$\therefore$ 恂恂可點不超過 102 元的餐點

故她有 9 種選擇

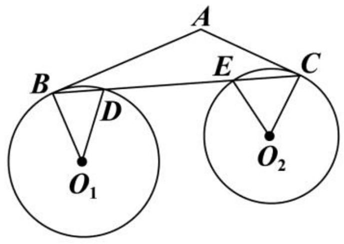
10. 如圖(五)，$\overline{AB}$ 切圓 O_1 於 B 點，$\overline{AC}$ 切圓 O_2 於 C 點，$\overline{BC}$ 分別交圓 O_1、圓 O_2 於 D、E 兩點。若 $\angle BO_1D=40^\circ$，$\angle CO_2E=60^\circ$，則 $\angle A$ 的度數為何？

(A) 100

(B) 120

(C) 130

(D) 140



圖(五)

答案：(C)

解析：$\because \overparen{BD}=\angle BO_1D=40^\circ$

$\overparen{CE}=\angle CO_2E=60^\circ$

又 $\angle ABD$ 及 $\angle ACE$ 為弦切角

$\therefore \angle ABD=\frac{1}{2}\overparen{BD}=\frac{1}{2}\times 40^\circ=20^\circ$

$\angle ACE=\frac{1}{2}\overparen{CE}=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$

故 $\angle A=180^\circ-(\angle ABD+\angle ACE)$

$=180^\circ-(20^\circ+30^\circ)$

$=130^\circ$

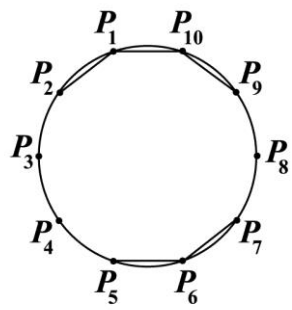
11. 圖(六)是 P_1、P_2、……、P_{10} 十個點在圓上的位置圖，且此十點將圓周分成十等分。今小玉連接 $\overline{P_1P_2}$、$\overline{P_1P_{10}}$、$\overline{P_9P_{10}}$、$\overline{P_5P_6}$、$\overline{P_6P_7}$，判斷小玉再連接下列哪一條線段後，所形成的圖形不是線對稱圖形？

(A) $\overline{P_2P_3}$

(B) $\overline{P_4P_5}$

(C) $\overline{P_7P_8}$

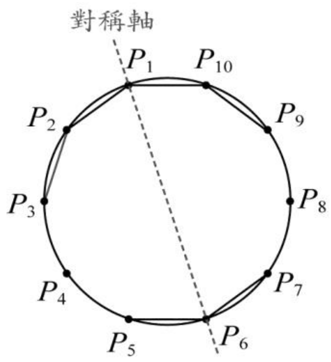
(D) $\overline{P_8P_9}$



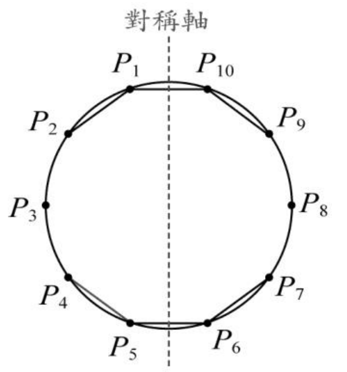
圖(六)

答案：(D)

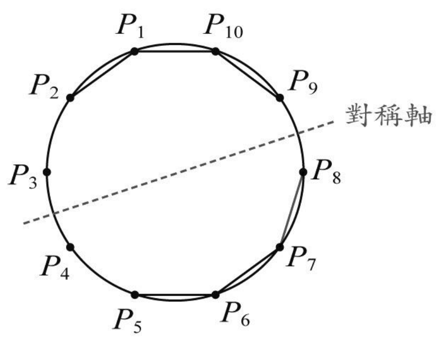
解析：(A)



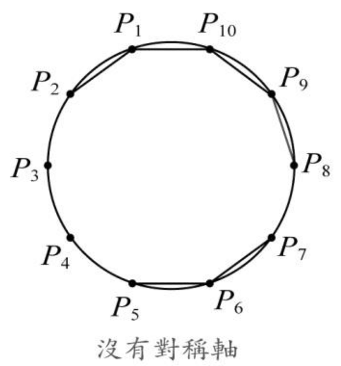
(B)



(C)

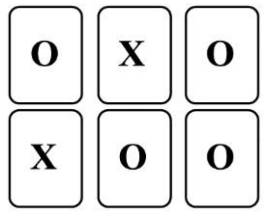


(D)



沒有對稱軸

12. 怡君手上有 24 張卡片，其中 12 張卡片被畫上 O 記號，另外 12 張卡片被畫上 X 記號。圖(七)表示怡君從手上拿出 6 張卡片於在桌面的情形，且她打算從手上剩下的卡片中抽出一張卡片。若怡君手上剩下的每張卡片被抽出的機會相等，則她抽出 O 記號卡片的機率為何？

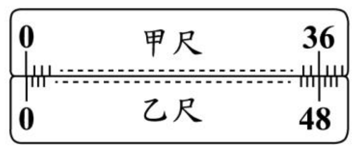


圖(七)

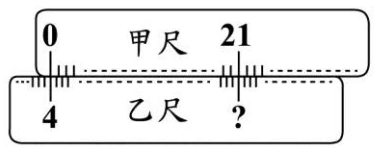
(A) $\frac{1}{2}$
(B) $\frac{1}{3}$
(C) $\frac{4}{9}$
(D) $\frac{5}{9}$

答案：(C)
解析：12 張「O」的卡片中，已被拿出 4 張，因此剩下 8 張「O」的卡片未被抽出，
12 張「X」的卡片中，已被拿出 2 張，因此剩下 10 張「X」的卡片未被抽出，
故抽出「O」記號卡片的機率為 $\frac{8}{8+10}=\frac{8}{18}=\frac{4}{9}$

13. 已知甲、乙為兩把不同刻度的直尺，且同一把直尺上的刻度之間距離相等，耀軒將此兩把直尺緊貼，並將兩直尺上的刻度 0 彼此對準後，發現甲尺的刻度 36 會對準乙尺的刻度 48，如圖(八)所示。若今將甲尺向右平移且平移過程中兩把直尺維持緊貼，使得甲尺的刻度 0 會對準乙尺的刻度 4，如圖(九)所示，則此時甲尺的刻度 21 會對準乙尺的哪一個刻度？



圖(八)



圖(九)

(A) 24
(B) 28
(C) 31
(D) 32

答案：(D)
解析：設甲尺刻度之間距離為 a，
乙尺刻度之間距離為 b。
則 $36a=48b$
$a:b=48:36=4:3$
設 $a=4r$，$b=3r$（$r\neq0$）
則 $21a=21\times4r=84r$
$84r\div3r=28$
$\therefore 21a$ 和 $28b$ 的長度相等
故乙尺需有 28 個刻度
$4+28=32$
故選(D)。

14. 判斷一元二次方程式 $x^2-8x-a=0$ 中的 a 為下列哪一個數時，可使得此方程式的兩根均為整數？

(A) 12
(B) 16
(C) 20
(D) 24

答案：(C)
解析：$\because x^2-8x-a=0$
$x^2-8x=a$
$x^2-8x+16=a+16$
$(x-4)^2=a+16$
若兩根均為整數，則 $a+16$ 必為完全平方數，
$\therefore a=20$ 符合條件。
故選(C)。

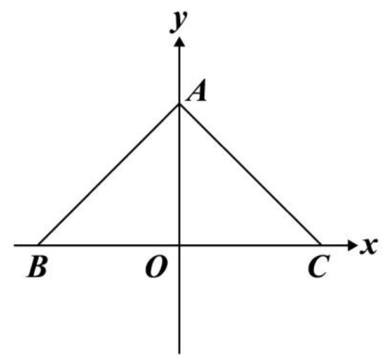
15. 如圖(十)，坐標平面上有 $A(0, a)$、$B(-9, 0)$、$C(10, 0)$ 三點，其中 $a>0$。若 $\angle BAC=95°$，則 $\triangle ABC$ 的外心在第幾象限？

(A)一

(B)二

(C)三

(D)四



圖(十)

答案：(D)

解析：$\because \angle BAC=95°$

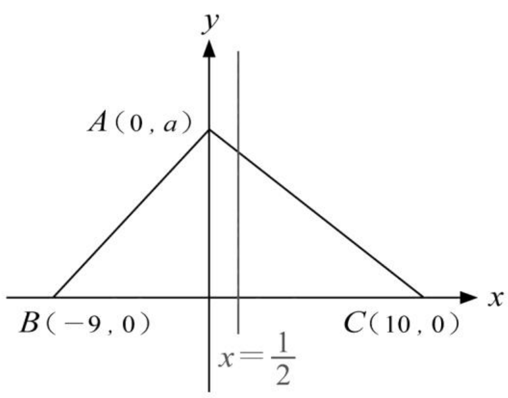
$\therefore \triangle ABC$ 為鈍角三角形

外心在 $\triangle ABC$ 的外部，且在 x 軸的下方……①

又外心為各邊的中垂線的交點

$\therefore$ 外心在 $x=\dfrac{1}{2}$ 的圖形上……②

由①、②可知，$\triangle ABC$ 的外心在第四象限。



16. 判斷下列各式的值，何者最大？

(A) $25\times13^2-15^2$　　(B) $16\times17^2-18^2$

(C) $9\times21^2-13^2$　　(D) $4\times31^2-12^2$

答案：(B)

解析：(A) $25\times13^2-15^2$

$=5^2\times13^2-15^2$

$=(5\times13)^2-15^2$

$=65^2-15^2$

$=(65+15)\times(65-15)$

$=80\times50$

(B) $16\times17^2-18^2$

$=4^2\times17^2-18^2$

$=(4\times17)^2-18^2$

$=68^2-18^2$

$=(68+18)\times(68-18)$

$=86\times50$

(C) $9\times21^2-13^2$

$=3^2\times21^2-13^2$

$=(3\times21)^2-13^2$

$=63^2-13^2$

$=(63+13)\times(63-13)$

$=76\times50$

(D) $4\times31^2-12^2$

$=2^2\times31^2-12^2$

$=(2\times31)^2-12^2$

$=62^2-12^2$

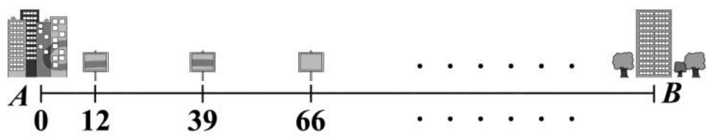
$=(62+12)\times(62-12)$

$=74\times50$

$\because 86\times50>80\times50>76\times50>74\times50$

故 $16\times17^2-18^2$ 最大

17. 已知 A 地在 B 地的西方，且有一以 A、B 兩地為端點的東西向直線道路，其全長為 400 公里。今在此道路上距離 A 地 12 公里處設置第一個看板，之後每往東 27 公里就設置一個看板，如圖(十一)所示。若某車從此道路上距離 A 地 19 公里處出發，往東直行 320 公里後才停止，則此車在停止前經過的最後一個看板距離 A 地多少公里？



圖（十一）

(A) 309　　(B) 316　　(C) 336　　(D) 339

答案：(C)

解析：$19+320=339$

$\therefore$此車在距離 A 地 339 公里處停止，

a_1（首項）$=12$，d（公差）$=27$

$12+(n-1)\times 27\leq 339$

$(n-1)\times 27\leq 327$

$n-1\leq 12\frac{1}{9}$，$n\leq 13\frac{1}{9}$

取 $n=13$。

故此車在停止前經過的看板為第 13 個看板，

$\because 12+(13-1)\times 27=336$，

$\therefore$該看板距離 A 地 336 公里，

故選(C)。

18. 如圖(十二)，$\triangle ABC$，$\overline{BC}>\overline{AB}>\overline{AC}$。甲、乙兩人想在 $\overline{BC}$ 上取一點 P，使得 $\angle APC=2\angle ABC$，其作法如下：

（甲）作 $\overline{AB}$ 的中垂線，交 $\overline{BC}$ 於 P 點，則 P 即為所求

（乙）以 B 為圓心，$\overline{AB}$ 長為半徑畫弧，交 $\overline{BC}$ 於 P 點，則 P 即為所求

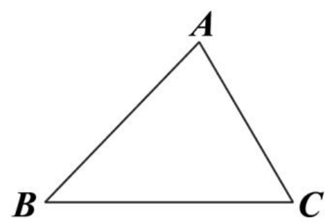
對於兩人的作法，下列判斷何者正確？

(A)兩人皆正確

(B)兩人皆錯誤

(C)甲正確，乙錯誤

(D)甲錯誤，乙正確



圖（十二）

答案：(C)

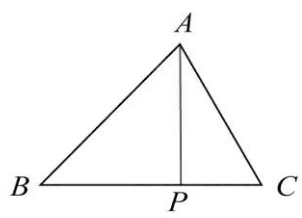
解析：如圖，P 點在 $\overline{BC}$ 上，

則 $\angle APC=\angle ABC+\angle BAP$，

欲使 $\angle APC=2\angle ABC$，

必須 $\angle ABC=\angle BAP$，

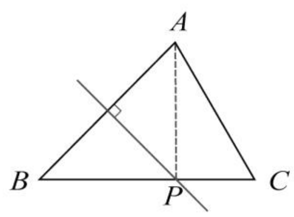
因此要先畫出 $\overline{PA}=\overline{PB}$。



<甲>$\because P$ 在 $\overline{AB}$ 的中垂線上，

$\therefore \overline{PA}=\overline{PB}$，

故甲正確。



<乙>$\because \overline{BC}>\overline{AB}>\overline{AC}$

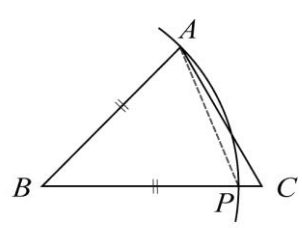
$\therefore \angle A>\angle C>\angle B$

故 $\angle B$ 不可能為 $60°$

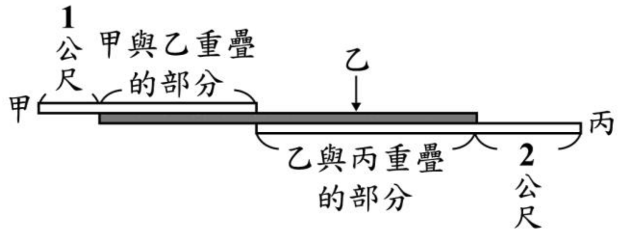
又 $\overline{AB}=\overline{BP}$

$\therefore \overline{BP}\neq\overline{PA}$（$\because \angle B\neq 60°$）

故乙錯誤。



19. 圖(十三)為甲、乙、丙三根筆直的木棍平行擺放在地面上的情形。已知乙有一部分只與甲重疊，其餘部分只與丙重疊，甲沒有與乙重疊的部分的長度為 1 公尺，丙沒有與乙重疊的部分的長度為 2 公尺。若乙的長度最長且甲、乙的長度相差 x 公尺，乙、丙的長度相差 y 公尺，則乙的長度為多少公尺？



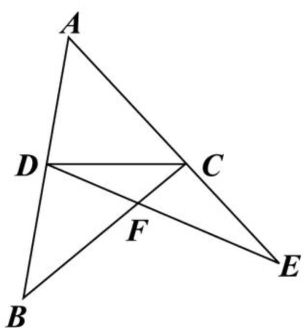
圖(十三)

(A) $x+y+3$
(B) $x+y+1$
(C) $x+y-1$
(D) $x+y-3$

答案：(A)

解析：設甲與乙重疊的部分的長度為 a 公尺，
乙與丙重疊的部分的長度為 b 公尺。
則甲的長度為（$a+1$）公尺
乙的長度為（$a+b$）公尺
丙的長度為（$b+2$）公尺
∵乙的長度最長
又甲、乙的長度相差 x 公尺
$\therefore x=(a+b)-(a+1)=b-1$
因此 $b=x+1$
乙、丙的長度相差 y 公尺
$\therefore y=(a+b)-(b+2)=a-2$
因此 $a=y+2$
故乙的長度 $=a+b$
$=(y+2)+(x+1)$
$=x+y+3$（公尺）

20. 如圖(十四)，$\triangle ABC$、$\triangle ADE$ 中，C、D 兩點分別在 $\overline{AE}$ 、$\overline{AB}$ 上，$\overline{BC}$ 與 $\overline{DE}$ 相交於 F 點。若 $\overline{BD}=\overline{CD}=\overline{CE}$ ，$\angle ADC+\angle ACD=114^\circ$，則 $\angle DFC$ 的度數為何？



圖(十四)

(A) 114
(B) 123
(C) 132
(D) 147

答案：(B)

解析：$\because \overline{BD}=\overline{CD}$
$\therefore \angle DCB=\angle B$
$\therefore \angle ADC=\angle DCB+\angle B=2\angle DCB=2\angle DCF$ ……①
同理 $\angle ACD=2\angle CDE=2\angle CDF$ ……②
由①+②得：$\angle ADC+\angle ACD=2(\angle DCF+\angle CDF)$
$\therefore 114^\circ=2(\angle DCF+\angle CDF)$
故 $\angle DCF+\angle CDF=57^\circ$
在 $\triangle CDF$ 中
$\angle DFC=180^\circ-(\angle DCF+\angle CDF)$
$=180^\circ-57^\circ$
$=123^\circ$

21. 坐標平面上，二次函數 $y=-x^2+6x-9$ 的圖形的頂點為 A，且此函數圖形與 y 軸交於 B 點。若在此函數圖形上取一點 C，在 x 軸上取一點 D，使得四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形，則 D 點坐標為何？

(A)（6 , 0）

(B)（9 , 0）

(C)（－6 , 0）

(D)（－9 , 0）

答案：(B)

解析：①∵$y=-x^2+6x-9$

$=-(x-3)^2$

∴頂點 A 的坐標為（3 , 0）

②以 $x=0$ 代入 $y=-x^2+6x-9$

得 $y=-9$

∴B 的坐標為（0 ,－9）

③∵如圖，四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形，

∴ $\overline{BC}$ 與 x 軸平行。

∴C 點的 y 坐標為－9

以 $y=-9$ 代入 $y=-x^2+6x-9$

得 $-9=-x^2+6x-9$

$x^2-6x=0$

$x(x-6)=0$

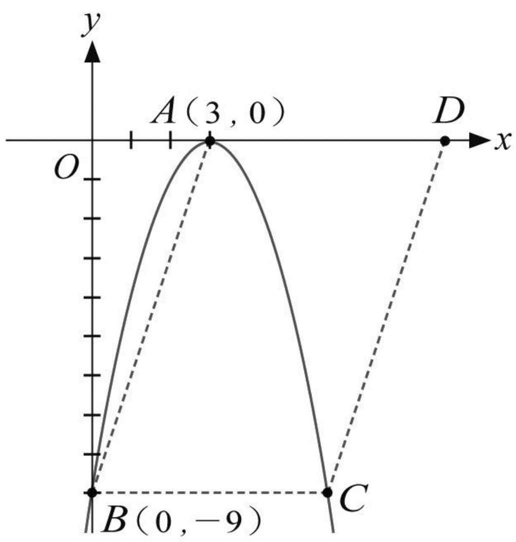
$x=0$（不合），6

故 C 點坐標為（6 ,－9），

且 $\overline{BC}=6$。

∵ $\overline{AD}=\overline{BC}=6$

∴D 的坐標為（9 , 0）



22. 已知甲校原有 1016 人，乙校原有 1028 人，寒假期間甲、乙兩校人數變動的原因只有轉出與轉入兩種，且轉出的人數比為 1：3，轉入的人數比也為 1：3。若寒假結束開學時甲、乙兩校人數相同，則乙校開學時的人數與原有的人數相差多少？

(A) 6

(B) 9

(C) 12

(D) 18

答案：(D)

解析：設甲、乙兩校轉出的人數各為 a 人和 $3a$ 人

甲、乙兩校轉入的人數各為 b 人和 $3b$ 人

則 $1016-a+b=1028-3a+3b$

∴$a-b=6$

又乙校開學時的人數為（$1028-3a+3b$）人，

原有的人數為 1028 人，

故 $|(1028-3a+3b)-1028|$

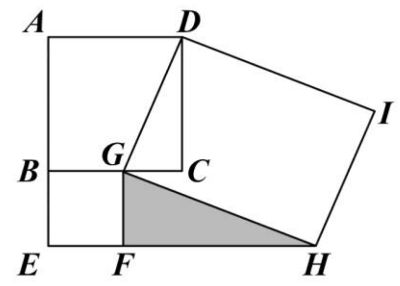
$=|-3a+3b|$

$=|3a-3b|$

$=|18|$

$=18$

23. 圖(十五)為兩正方形 $ABCD$、$BEFG$ 和矩形 $DGHI$ 的位置圖，其中 G、F 兩點分別在 $\overline{BC}$ 、 $\overline{EH}$ 上。若 $\overline{AB}=5$，$\overline{BG}=3$，則△GFH 的面積為何？



圖(十五)

(A) 10
(B) 11
(C) $\frac{15}{2}$
(D) $\frac{45}{4}$

答案：(D)

解析：∵四邊形 $ABCD$ 為正方形，

$\therefore \overline{CD}=\overline{BC}=\overline{AB}=5$，

$\therefore \overline{CG}=\overline{BC}-\overline{BG}=5-3=2$

又四邊形 $DGHI$ 為矩形，且四邊形 $BEFG$ 為正方形

$\therefore \angle DGC+\angle CGH=\angle FGH+\angle CGH=90°$

$\therefore \angle DGC=\angle FGH$

又 $\angle C=\angle GFH=90°$

$\therefore \triangle GCD\sim\triangle GFH$（$AA$）

$\overline{GC}:\overline{GF}=\overline{CD}:\overline{FH}$

$2:3=5:\overline{FH}$

$\overline{FH}=\frac{15}{2}$

故 $\triangle GFH$ 面積 $=\frac{1}{2}\times\overline{GF}\times\overline{FH}$

$=\frac{1}{2}\times3\times\frac{15}{2}$

$=\frac{45}{4}$

24. 將甲、乙、丙三個正分數化為最簡分數後，其分子分別為 6、15、10，其分母的最小公倍數為 360。判斷甲、乙、丙三數的大小關係為何？

(A)乙＞甲＞丙
(B)乙＞丙＞甲
(C)甲＞乙＞丙
(D)甲＞丙＞乙

答案：(A)

解析：設甲、乙、丙的最簡分數分別為 $\frac{6}{a}$、$\frac{15}{b}$、$\frac{10}{c}$

其中 $(a,6)=1$、$(b,15)=1$、$(c,10)=1$

又 $[a,b,c]=360=2^3\times3^2\times5$

$\therefore a=5$（a 不能有因數 2、3）

$b=2^3=8$（b 不能有因數 3、5）

$c=3^2=9$（c 不能有因數 2、5）

$\therefore$ 甲 $=\frac{6}{a}=\frac{6}{5}=1\frac{1}{5}=1.2$

乙 $=\frac{15}{b}=\frac{15}{8}=1\frac{7}{8}=1.875$

丙 $=\frac{10}{c}=\frac{10}{9}=1\frac{1}{9}\fallingdotseq1.1$

∴乙＞甲＞丙

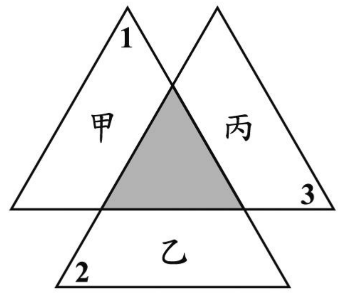
25. 圖(十六)的灰色小三角形為三個全等大三角形的重疊處，且三個大三角形各扣掉灰色小三角形後分別為甲、乙、丙三個梯形。若圖中標示的$\angle 1$為58°，$\angle 2$為62°，$\angle 3$為60°，則關於甲、乙、丙三梯形的高的大小關係，下列敘述何者正確？

(A)乙＞甲＞丙

(B)乙＞丙＞甲

(C)丙＞甲＞乙

(D)丙＞乙＞甲



圖(十六)

答案：(A)

解析：∵三個大三角形面積相等

∴各扣掉灰色小三角形後的甲、乙、丙面積也相等

又甲、乙、丙皆為梯形

∴每個梯形的上底和下底平行

∴$\angle 4=\angle 1=58^\circ$

$\angle 5=\angle 2=62^\circ$

$\angle 6=\angle 3=60^\circ$

∴$\overline{AC}>\overline{AB}>\overline{BC}$（$\triangle ABC$中，大角對大邊）……①

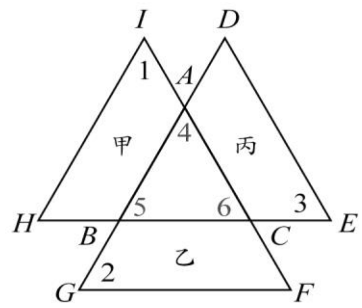
又三個大三角形皆與灰色小三角形相似

∴$\overline{DE}>\overline{HI}>\overline{FG}$……②

由①、②知$\overline{AC}+\overline{DE}>\overline{AB}+\overline{HI}>\overline{BC}+\overline{FG}$

∵甲、乙、丙的面積相同時，三個梯形的高與（上、下底之和）成反比

故乙的高＞甲的高＞丙的高



第二部分：非選擇題（第1~2題）

1. 大冠買了一包宣紙練習書法，每星期一寫1張，每星期二寫2張，每星期三寫3張，每星期四寫4張，每星期五寫5張，每星期六寫6張，每星期日寫7張。若大冠從某年的5月1日開始練習，到5月30日練習完後累積寫完的宣紙總數已超過120張，則5月30日可能為星期幾？請求出所有可能的答案並完整說明理由。

解析：∵$30\div 7=4\cdots 2$

∴5/1至5/28共有4個完整的星期

又$1+2+\cdots+7=28$

$4\times 28=112$

$120-112=8$

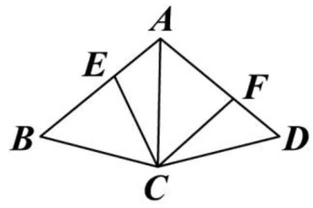
∴5/29、5/30的張數和超過8

∵這兩天為連續的天數

∴這兩天可能為星期四和五，五和六，六和日

∴5/30可能為星期五，六，日

2. 如圖(十七)，四邊形 $ABCD$ 中，$\overline{AC}$ 為 $\angle BAD$ 的角平分線，$\overline{AB}=\overline{AD}$，$E$、$F$ 兩點分別在 $\overline{AB}$、$\overline{AD}$ 上，且 $\overline{AE}=\overline{DF}$。請完整說明為何四邊形 $AECF$ 的面積為四邊形 $ABCD$ 的一半。



圖(十七)

解析：(1) 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADC$ 中

$\because \overline{AB}=\overline{AD}$（已知條件）

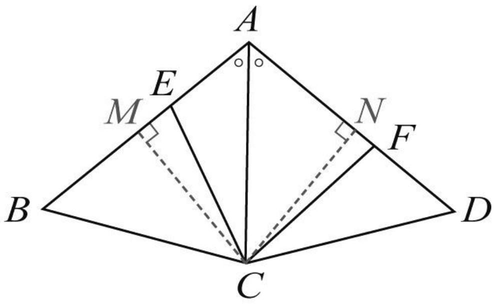
$\angle BAC=\angle DAC$（$\overline{AC}$ 為 $\angle BAD$ 的角平分線）

$\overline{AC}=\overline{AC}$（公用邊）

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC$（$SAS$ 全等性質）

$\therefore \triangle ABC$ 和 $\triangle ADC$ 的面積相等

故 $\triangle ABC$ 的面積為四邊形 $ABCD$ 的一半



(2) 過 C 點作 $\overline{CM}\perp\overline{AB}$ 於 M，$\overline{CN}\perp\overline{AD}$ 於 N

$\because \overline{AC}$ 平分 $\angle BAD$

$\therefore \overline{CM}=\overline{CN}$

又 $\overline{AF}=\overline{AD}-\overline{DF}$

$=\overline{AB}-\overline{AE}$（$\because \overline{AD}=\overline{AB}$，$\overline{DF}=\overline{AE}$）

$\therefore \triangle ACF$ 的面積 $=\dfrac{1}{2}\times\overline{AF}\times\overline{CN}$

$=\dfrac{1}{2}\times\overline{BE}\times\overline{CM}$（$\because \overline{AF}=\overline{BE}$，$\overline{CN}=\overline{CM}$）

$=\triangle BCE$ 面積

(3)四邊形 $AECF$ 面積

$=\triangle ACE$ 面積 $+\triangle ACF$ 面積

$=\triangle ACE$ 面積 $+\triangle BCE$ 面積

$=\triangle ABC$ 面積

$=$ 四邊形 $ABCD$ 面積的一半

參考公式：

- 和的平方公式：$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

  差的平方公式：$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

  平方差公式：$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
- 若直角三角形兩股長為 a、b，斜邊長為 c，則 $c^2=a^2+b^2$
- 若圓的半徑為 r，圓周率為 π，則圓面積 $=\pi r^2$，圓周長 $=2\pi r$
- 若一個等差數列的首項為 a_1，公差為 d，第 n 項為 a_n，前 n 項和為 S_n，

  則 $a_n=a_1+(n-1)d$，$S_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}$
- 一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ 的解為 $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$