105 學年度國中會考　數學領域

第一部分：選擇題（第 1~25 題）

1. $x=-3$，$y=1$為下列哪一個二元一次方程式的解？

(A) $x+2y=-1$

(B) $x-2y=1$

(C) $2x+3y=6$

(D) $2x-3y=-6$

答案：(A)

解析：

將 $x=-3$，$y=1$ 分別代入四個選項中檢驗

(A) $x+2y=-3+2\times1=-1$(合)

(B) $x-2y=-3-2\times1=-5\neq1$(不合)

(C) $2x+3y=2\times(-3)+3\times1=-3\neq6$(不合)

(D) $2x-3y=2\times(-3)-3\times1=-9\neq-6$(不合)

故選(A)

2. 算式$[-5-(-11)]\div(\frac{3}{2}\times4)$之值為何？

(A) 1

(B) 16

(C) $-\frac{8}{3}$

(D) $-\frac{128}{3}$

答案：(A)

解析：

$[-5-(-11)]\div(\frac{3}{2}\times4)$

$=[-5+11]\div6$

$=6\div6$

$=1$

故選(A)

3. 計算$(2x+1)(x-1)-(x^2+x-2)$的結果，與下列哪一個式子相同？

(A) x^2-2x+1

(B) x^2-2x-3

(C) x^2+x-3

(D) x^2-3

答案：(A)

解析：

$(2x+1)(x-1)-(x^2+x-2)$

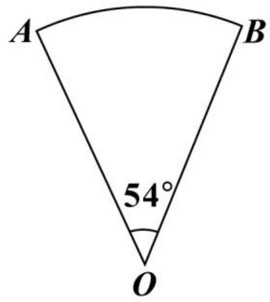
$=(2x^2-x-1)-(x^2+x-2)$

$=2x^2-x-1-x^2-x+2$

$=x^2-2x+1$

故選(A)

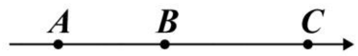
4. 如圖(一)，已知扇形 AOB 的半徑為 10 公分，圓心角為 $54°$，則此扇形面積為多少平方公分？



圖(一)

(A) 100π
(B) 20π
(C) 15π
(D) 5π
答案：(C)
解析：
扇形 AOB 面積＝$(10^2\times\pi)\times\dfrac{54}{360}=15\pi$
故選(C)

5. 圖(二)數線上的 A、B、C 三點所表示的數分別為 a、b、c。若 $|a-b|=3$，$|b-c|=5$，且原點 O 與 A、B 的距離分別為 4、1，則關於 O 的位置，下列敘述何者正確？



圖(二)

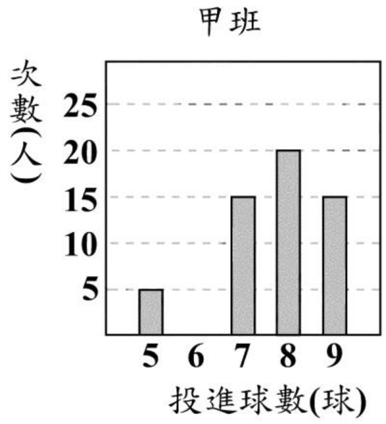
(A) 在 A 的左邊
(B) 介於 A、B 之間
(C) 介於 B、C 之間
(D) 在 C 的右邊
答案：(C)
解析：
$|a-b|=3$ 表示 $\overline{AB}=3$，
$|b-c|=5$ 表示 $\overline{BC}=5$，
又 $\overline{AO}=4$、$\overline{BO}=1$
故 O 點位置在 B 點的右邊，如下圖所示：

因此，O 點的位置介於 B、C 兩點之間。
故選(C)

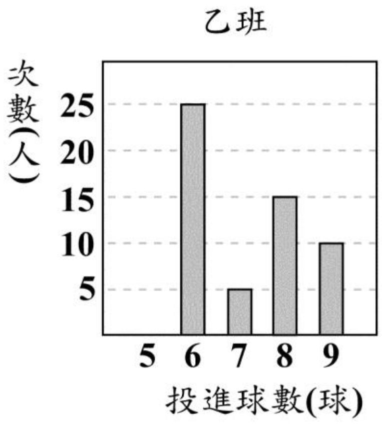
6. 多項式 $77x^2-13x-30$ 可因式分解成 $(7x+a)(bx+c)$，其中 a、b、c 均為整數，求 $a+b+c$ 之值為何？
(A) 0
(B) 10
(C) 12
(D) 22
答案：(C)
解析：
$77x^2-13x-30=(7x-5)(11x+6)$
與$(7x+a)(bx+c)$比較後
可得 $a=-5$，$b=11$，$c=6$
$\therefore a+b+c=(-5)+11+6=12$
故選(C)

7. 圖(三)、圖(四)分別為甲、乙兩班學生參加投籃測驗的投進球數長條圖。若甲、乙兩班學生的投進球數的眾數分別為 a、b；中位數分別為 c、d，則下列關於 a、b、c、d 的大小關係，何者正確？

(A) $a>b$，$c>d$
(B) $a>b$，$c<d$
(C) $a<b$，$c>d$
(D) $a<b$，$c<d$



圖(三)

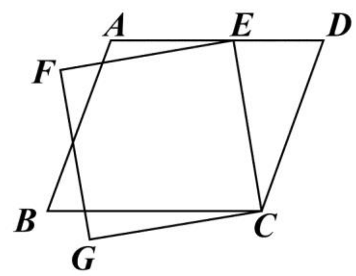


圖(四)

答案：(A)
解析：
(1)由圖可知，甲、乙兩班學生的投進球數的眾數分別為
$a=8$，$b=6$
$\therefore a>b$
(2)甲班總人數=5+15+20+15=55，$\frac{55+1}{2}=28$
$\therefore$甲班的中位數是由小到大排列的第 28 筆資料
5+15=20，5+15+20=40
$\therefore$甲班學生的投進球數的中位數 c=8
又乙班總人數=25+5+15+10=55
$\therefore$乙班的中位數是由小到大排列的第 28 筆資料
25＋5＝30
$\therefore$乙班學生投進球數的中位數 d=7
因此 c＞d
故選(A)

8. 如圖(五)，有一平行四邊形 $ABCD$ 與一正方形 $CEFG$，其中 E 點在 $\overline{AD}$ 上。若 $\angle ECD=35°$，$\angle AEF=15°$，則 $\angle B$ 的度數為何？

(A) 50
(B) 55
(C) 70
(D) 75



圖(五)

答案：(C)
解析：
在△CDE 中，$\angle AEC$＝$\angle ECD$＋$\angle D$（三角形外角定理）
15°＋90°＝35°＋$\angle D$（正方形的內角＝90°）
$\angle D$＝70°
又四邊形 $ABCD$ 是平行四邊形
$\therefore \angle B$＝$\angle D$＝70°（平行四邊形的對角相等）
故選(C)

9. 小昱和阿帆均從同一本書的第 1 頁開始，逐頁依順序在每一頁上寫一個數。小昱在第 1 頁寫 1，且之後每一頁寫的數均為他在前一頁寫的數加 2；阿帆在第 1 頁寫 1，且之後每一頁寫的數均為他在前一頁寫的數加 7。若小昱在某頁寫的數為 101，則阿帆在該頁寫的數為何？

(A) 350
(B) 351
(C) 356
(D) 358

答案：(B)
解析：
由題意可知：
小昱所寫的數是首項 1，公差 2 的等差數列；阿帆所寫的數是首項 1，公差 7 的等差數列
設小昱在第 n 頁寫 101，$\therefore$101＝1＋(n－1) ×2，n＝51
故阿帆第 51 頁所寫的數為 1＋(51－1) ×7＝351
故選(B)

10. 甲箱內有 4 顆球，顏色分別為紅、黃、綠、藍；乙箱內有 3 顆球，顏色分別為紅、黃、黑。小賴打算同時從甲、乙兩個箱子中各抽出一顆球，若同一箱中每球被抽出的機會相等，則小賴抽出的兩顆球顏色相同的機率為何？

(A) $\frac{1}{3}$

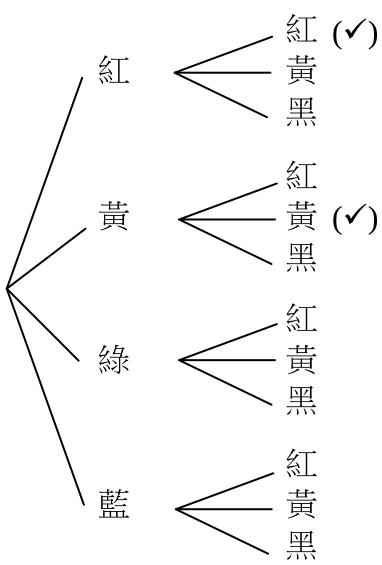
(B) $\frac{1}{6}$

(C) $\frac{2}{7}$

(D) $\frac{7}{12}$

答案：(B)

解析：　甲箱　　乙箱



由樹狀圖可知，
共有 $4\times3=12$ 種情況
其中抽出的兩顆球顏色
相同的情況有(紅 ，紅)與(黃 ，黃) 2 種
故抽出的兩顆球顏色相同的機率為 $\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$
故選(B)

11. 坐標平面上有一個二元一次方程式的圖形，此圖形通過(－3 , 0)、(0 , －5)兩點。判斷此圖形與下列哪一個方程式的圖形的交點在第三象限？

(A) $x-4=0$

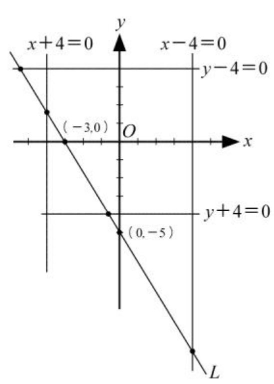
(B) $x+4=0$

(C) $y-4=0$

(D) $y+4=0$

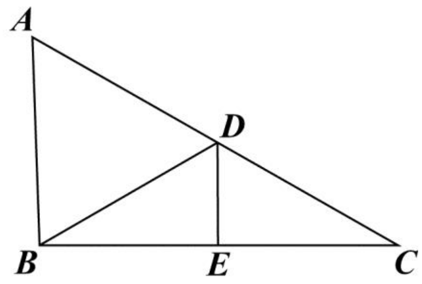
答案：(D)

解析：
∵二元一次方程式的圖形為一條直線
∴可設通過(－3 , 0)，(0 ,－5)的圖形為直線 L
由圖可知直線 L 與 $y+4=0$ 圖形的交點在第三象限。
故選(D)



12. 如圖(六)，ΔABC 中，D、E 兩點分別在 $\overline{AC}$ 、$\overline{BC}$ 上，$\overline{DE}$ 為 $\overline{BC}$ 的中垂線，$\overline{BD}$ 為 $\angle ADE$ 的角平分線。若 $\angle A=58°$ ，則 $\angle ABD$ 的度數為何？

(A) 58
(B) 59
(C) 61
(D) 62



圖(六)

答案：(D)
解析：
$\because \overline{DE}$ 為 $\overline{BC}$ 的中垂線
$\therefore \triangle BDE$、$\triangle CDE$ 為以 $\overleftrightarrow{DE}$ 為對稱軸之對稱圖形。
故 $\angle BDE = \angle CDE$
又 $\overline{BD}$ 平分 $\angle ADE$
$\therefore \angle ADB = \angle BDE$
故 $\angle ADB = \angle BDE = \angle CDE = 180° \div 3 = 60°$
因此 $\angle ABD = 180° - (\angle A + \angle ADB) = 180° - (58° + 60°) = 62°$
故選(D)

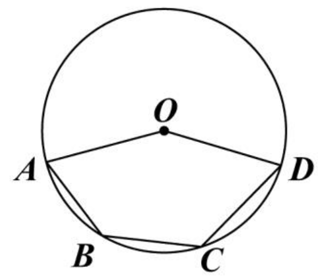
13. 若一正方形的面積為 20 平方公分，周長為 x 公分，則 x 的值介於下列哪兩個整數之間？

(A) 16，17
(B) 17，18
(C) 18，19
(D) 19，20

答案：(B)
解析：
$\because$ 正方形的面積為 20
$\therefore$ 正方形的邊長為 $\sqrt{20}$
周長 $x=\sqrt{20}\times 4=8\sqrt{5}=\sqrt{320}$
$\because 17^2=289$ ，$18^2=324$
又 $17^2<(\sqrt{320})^2<18^2$
$\therefore 17<\sqrt{320}<18$
即 $17<x<18$
故選(B)

14. 如圖(七)，圓 O 通過五邊形 $OABCD$ 的四個頂點。若 $\overset{\frown}{ABD}=150°$ ，$\angle A=65°$ ，$\angle D=60°$ ，則 $\overset{\frown}{BC}$ 的度數為何？

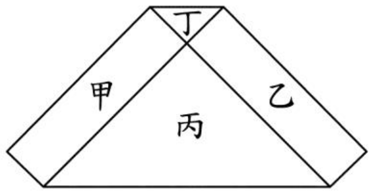
(A) 25
(B) 40
(C) 50
(D) 55



圖(七)

答案：(B)
解析：
連 $\overline{OB}$ ，$\overline{OC}$
則 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}$ =圓 O 的半徑
故 $\angle AOB = 180° - (65° \times 2) = 50°$
$\angle COD = 180° - (60° \times 2) = 60°$
又 $\angle AOD = \overset{\frown}{ABD} = 150°$
$\therefore \angle BOC = 150° - 50° - 60° = 40°$
故 $\overset{\frown}{BC} = \angle BOC = 40°$
故選(B)

15. 圖(八)的六邊形是由甲、乙兩個長方形和丙、丁兩個等腰直角三角形所組成，其中甲、乙的面積和等於丙、丁的面積和。若丙的一股長為 2，且丁的面積比丙的面積小，則丁的一股長為何？

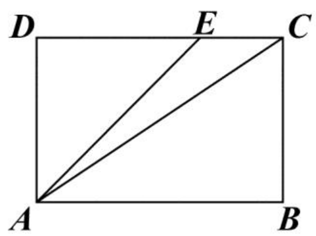


圖(八)

(A) $\frac{1}{2}$
(B) $\frac{3}{5}$
(C) $2-\sqrt{3}$
(D) $4-2\sqrt{3}$

答案：(D)
解析：
設丁的一股長為 x
$\because$ 丁的面積比丙的面積小
$\therefore x<2$
又甲面積＋乙面積＝丙面積＋丁面積
$\therefore 2x+2x=\frac{2\cdot 2}{2}+\frac{x\cdot x}{2}$
$4x=2+\frac{1}{2}x^2$
$x^2-8x+4=0$
$x=\frac{8\pm\sqrt{48}}{2}$
$=\frac{8\pm 4\sqrt{3}}{2}$
$=4\pm 2\sqrt{3}$
$\because x<2$
$\therefore x=4-2\sqrt{3}$（$x=4+2\sqrt{3}$ 不合）
故選(D)

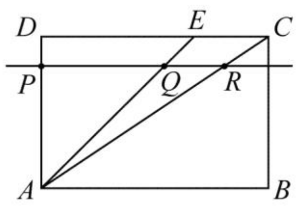
16. 圖(九)的矩形 $ABCD$ 中，E 點在 $\overline{CD}$ 上，且 $\overline{AE}<\overline{AC}$。若 P、Q 兩點分別在 $\overline{AD}$、$\overline{AE}$ 上，$\overline{AP}:\overline{PD}=4:1$，$\overline{AQ}:\overline{QE}=4:1$，直線 PQ 交 $\overline{AC}$ 於 R 點，且 Q、R 兩點到 $\overline{CD}$ 的距離分別為 q、r，則下列關係何者正確？



圖(九)

(A) $q<r$，$\overline{QE}=\overline{RC}$
(B) $q<r$，$\overline{QE}<\overline{RC}$
(C) $q=r$，$\overline{QE}=\overline{RC}$
(D) $q=r$，$\overline{QE}<\overline{RC}$

答案：(D)
解析：
如圖，



(1)在△ADE 中，
$\because \overline{AP}:\overline{PD}=\overline{AQ}:\overline{QE}$＝4：1
$\therefore \overleftrightarrow{PQ}//\overline{CD}$，又 Q、R 兩點均在 $\overleftrightarrow{PQ}$ 上
$\therefore Q$、R 兩點到 $\overline{CD}$ 的距離相等（兩平行線間的距離相等）
因此 $q=r$
(2)在△AEC 中，$\because \overline{QR}//\overline{EC}$
$\therefore \overline{AR}:\overline{RC}=\overline{AQ}:\overline{QE}$＝4：1（平行線截比例線段性質）
可得 $\overline{QE}=\frac{1}{5}\overline{AE}$，$\overline{RC}=\frac{1}{5}\overline{AC}$
又 $\overline{AE}<\overline{AC}$
$\therefore \overline{QE}<\overline{RC}$
故選(D)

17. 已知a、b、c為三正整數，且a、b的最大公因數為 12，a、c的最大公因數為 18。若a介於 50 與 100 之間，則下列敘述何者正確？

(A) 8 是a的因數，8 是b的因數

(B) 8 是a的因數，8 不是b的因數

(C) 8 不是a的因數，8 是c的因數

(D) 8 不是a的因數，8 不是c的因數

答案：(B)

解析：

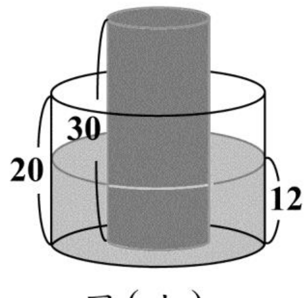
(1)$\because a$，b的最大公因數為 12
　a，c 的最大公因數為 18
　$\therefore a$ 為 12 和 18 的公倍數
　又 12 和 18 的公倍數為 36
　$\therefore a$ 為 36 倍數
　再由 a 介於 50 與 100 之間
　可知$a = 36\times 2 = 72$
　$\therefore$8 是 a 的因數

(2)$\because a$，b的最大公因數為$12 = 2^2\times 3$
　且$a = 72 = 2^3\times 3^2$
　$\therefore b$ 不可含有因數$2^3 = 8$
　因此 8 不是 b 的因數

(3)$\because a$、c的最大公因數為$18 = 2\times 3^2$
　且$a = 72 = 2^3\times 3^2$
　$\therefore c$ 不可含有因數$2^3 = 8$
　因此 8 不是 c 的因數

由(1)(2)(3)可知選(B)

18. 如圖(十)，有一內部裝有水的直圓柱形水桶，桶高 20 公分；另有一直圓柱形的實心鐵柱，柱高 30 公分，直立放置於水桶底面上，水桶內的水面高度為 12 公分，且水桶與鐵柱的底面半徑比為 2：1。今小賢將鐵柱移至水桶外部，過程中水桶內的水量未改變，若不計水桶厚度，則水桶內的水面高度變為多少公分？



圖（十）

(A) 4.5

(B) 6

(C) 8

(D) 9

答案：(D)

解析：

設水桶與鐵柱的底面半徑分別為 $2r$ cm、r cm

水的體積=$(2r)^2\pi\cdot 12 - r^2\pi\cdot 12 = 48\pi r^2 - 12\pi r^2 = 36\pi r^2$

當鐵柱移至水桶外部時，設水桶內的水面高度為 h cm

$(2r)^2\pi\cdot h = 36\pi r^2$

$4\pi r^2 h = 36\pi r^2$

$\therefore h = 9$

故選(D)

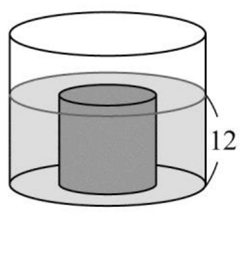
<另解>

$\because$水桶與鐵柱的底面半徑比為 2：1

$\therefore$其底面之面積比為$2^2:1^2$=4：1

當鐵柱直立放在水桶底面時

如圖，在 12 公分高的水面下



水與鐵柱的體積比為 (4－1)：1=3：1(等高柱體的體積比=底面積比)

於是將鐵柱移到水桶外部後，此時水面高度會是原來的$\dfrac{3}{4}$倍

即水面高＝$12\times\dfrac{3}{4} = 9$(公分)

故選(D)

19. 表(一)為小潔打算在某電信公司購買一支 MAT 手機與搭配一個門號的兩種方案。此公司每個月收取通話費與月租費的方式如下：若通話費超過月租費，只收通話費；若通話費不超過月租費，只收月租費。若小潔每個月的通話費均為 x 元，x 為 400 到 600 之間的整數，則在不考慮其他費用並使用兩年的情況下，x 至少為多少才會使得選擇乙方案的總花費比甲方案便宜？

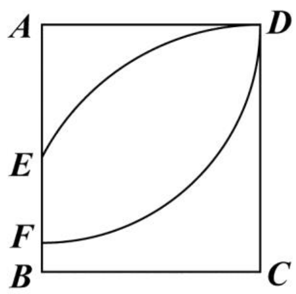
表(一)

	甲方案	乙方案
門號的月租費(元)	**400**	**600**
MAT手機價格(元)	**15000**	**13000**
注意事項：以上方案兩年內不可變更月租費		

(A) 500
(B) 516
(C) 517
(D) 600

答案：(C)
解析：
$\because x$ 為 400 到 600 之間的整數
$\therefore$甲方案每月只收通話費，乙方案每月只收月租費
甲方案使用兩年的總花費 $= x\cdot 24+15000$
$= 24x+15000$
乙方案使用兩年的總花費 $= 600\times 24+13000$
$= 27400$
由題意可知 $24x+15000>27400$
$24x>12400$
$x>516\dfrac{2}{3}$
$\therefore x$ 至少為 517
故選(C)

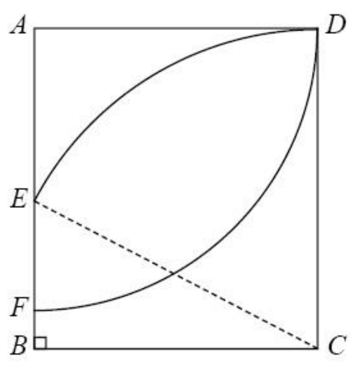
20. 如圖(十一)，以矩形 $ABCD$ 的 A 為圓心，$\overline{AD}$ 長為半徑畫弧，交 $\overline{AB}$ 於 F 點；再以 C 為圓心，$\overline{CD}$ 長為半徑畫弧，交 $\overline{AB}$ 於 E 點。若 $\overline{AD}=5$，$\overline{CD}=\dfrac{17}{3}$，則 $\overline{EF}$ 的長度為何？



圖(十一)

(A) 2
(B) 3
(C) $\dfrac{2}{3}$
(D) $\dfrac{7}{3}$

答案：(A)
解析：

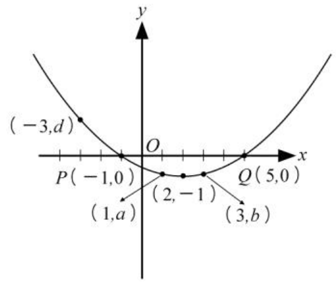


連 $\overline{EC}$，則 $\overline{EC}=\overline{CD}=\dfrac{17}{3}$
由畢氏定理知
$\overline{BE}=\sqrt{(\dfrac{17}{3})^2-5^2}=\dfrac{8}{3}$
又 $\overline{AF}=\overline{AD}=5$
$\therefore \overline{BF}=\overline{AB}-\overline{AF}$
$=\dfrac{17}{3}-5=\dfrac{2}{3}$
故 $\overline{EF}=\overline{BE}-\overline{BF}$
$=\dfrac{8}{3}-\dfrac{2}{3}=2$
<另解>
$\therefore \overline{EF}=\overline{AF}+\overline{BE}\quad\overline{AB}$
$=\overline{AD}+\overline{BE}-\overline{CD}$
$=5+\dfrac{8}{3}-\dfrac{17}{3}=2$
故選(A)

21. 坐標平面上，某二次函數圖形的頂點為(2 ,－1)，此函數圖形與 x 軸相交於 P、Q 兩點，且 $\overline{PQ}=6$。若此函數圖形通過(1， a)、(3， b)、(－1， c)、(－3， d)四點，則 a、b、c、d 之值何者為正？

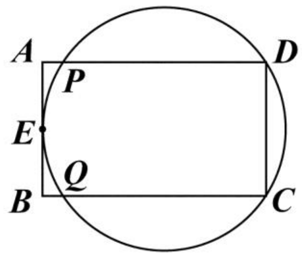
(A) a
(B) b
(C) c
(D) d

答案：(D)
解析：
如圖，設 P 點在 Q 點左方
直線 $x=2$ 為 $\overline{PQ}$ 之對稱軸
∵頂點(2 ,－1)， $\overline{PQ}$=6
∴P(－1 , 0)、Q(5,0)
因此(1 , a)、(3 , b)、(－1 , c)、(－3 , d)的位置如圖所示，
可知 a<0、b<0、c=0、d>0
故選(D)



22. 圖(十二)的矩形 $ABCD$ 中， E 為 $\overline{AB}$ 的中點，有一圓過 C、D、E 三點，且此圓分別與 $\overline{AD}$ 、 $\overline{BC}$ 相交於 P、Q 兩點。甲、乙兩人想找到此圓的圓心 O ，其作法如下：

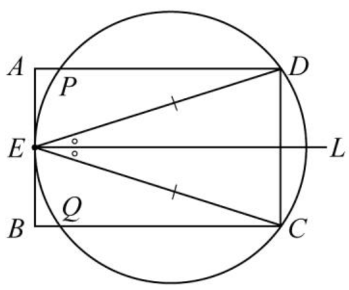
(甲)作 $\angle DEC$ 的角平分線 L ，作 $\overline{DE}$ 的中垂線，交 L 於 O 點，則 O 即為所求
(乙)連接 $\overline{PC}$ 、 $\overline{QD}$ ，兩線段交於一點 O ，則 O 即為所求
對於甲、乙兩人的作法，下列判斷何者正確？



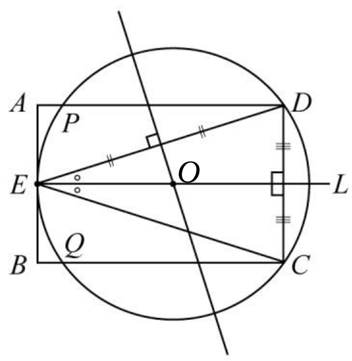
圖(十二)

(A) 兩人皆正確
(B) 兩人皆錯誤
(C) 甲正確，乙錯誤
(D) 甲錯誤，乙正確

答案：(A)
解析：
(甲)連 $\overline{DE}$ ， $\overline{EC}$
∵E 為 $\overline{AB}$ 中點
∴ $\overline{DE}=\overline{CE}$ (∵ $\overline{DE}^2=\overline{AE}^2+\overline{AD}^2=\overline{BE}^2+\overline{BC}^2=\overline{CE}^2$)
故 $\angle DEC$ 的角平分線 L 會垂直平分 $\overline{CD}$ (等腰三角形頂角平分線會垂直平分底邊)，如圖(a)
又 $\overline{DE}$ ， $\overline{CD}$ 皆為圓 O 的弦
∴ $\overline{DE}$ 的中垂線與 $\overline{CD}$ 的中垂線 L 皆通過圓心 O，如圖(b)
故甲的做法正確



圖(a)



圖(b)

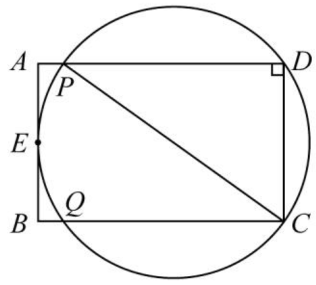
(乙)由直角三角形的斜邊為此三角形的外接圓直徑可知

$\overline{PC}$，$\overline{QD}$ 皆為圓 O 的直徑，如圖(c)及圖(d)

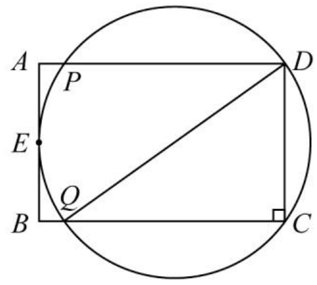
$\therefore \overline{PC}$，$\overline{QD}$ 的交點即為圓心 O

故乙的做法正確

故選(A)



圖(c)



圖(d)

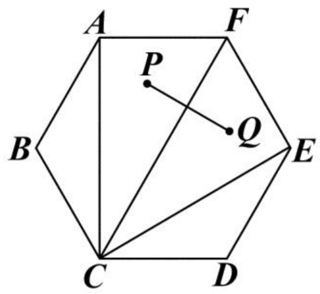
23. 如圖(十三)，正六邊形 $ABCDEF$ 中，P、Q 兩點分別為 ΔACF 、ΔCEF 的內心。若 $\overline{AF}=2$，則 $\overline{PQ}$ 的長度為何？

(A) 1

(B) 2

(C) $2\sqrt{3}-2$

(D) $4-2\sqrt{3}$



圖（十三）

答案：(C)

解析：

(1)$\because \overleftrightarrow{CF}$ 為正六邊形 $ABCDEF$ 的對稱軸

$\therefore \triangle ACF$、$\triangle ECF$ 為以 $\overleftrightarrow{CF}$ 為對稱軸之對稱圖形

又 P、Q 兩點分別為 $\triangle ACF$ 與 $\triangle CEF$ 的內心

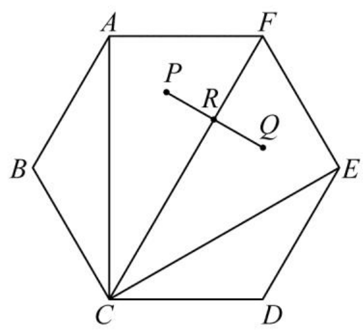
$\therefore P$、Q 兩點為以 $\overleftrightarrow{CF}$ 為對稱軸之對稱點

故 $\overleftrightarrow{CF}$ 垂直平分 $\overline{PQ}$

設 $\overleftrightarrow{CF}$ 與 $\overline{PQ}$ 交於 R 點

則 $\overline{PR}=\overline{QR}=\triangle ACF$ 的內切圓半徑

(2)$\because$正六邊形的一個內角$=180°-\dfrac{360°}{6}=120°$



$\therefore \angle AFC=\angle BCF=\dfrac{1}{2}\times 120°=60°$

又 $\angle BAC=\angle BCA=\dfrac{180°-120°}{2}=30°$

$\therefore \angle ACF=\angle BCF-\angle BCA=60°-30°=30°$

故 $\triangle ACF$ 為 30°-60°-90°的直角三角形

因此 $\overline{AF}:\overline{AC}:\overline{CF}=1:\sqrt{3}:2$

又 $\overline{AF}=2$

$\therefore \overline{AC}=2\sqrt{3}$，$\overline{CF}=4$

可得 $\overline{PR}$＝內切圓半徑

$=\dfrac{2+2\sqrt{3}-4}{2}$ (直角三角形的兩股和=斜邊長+內切圓半徑的兩倍)

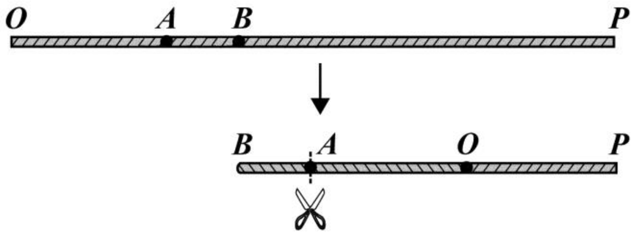
$=\sqrt{3}-1$

因此 $\overline{PQ}=2\overline{PR}=2\sqrt{3}-2$

故選(C)

24. 如圖(十四)，$\overline{OP}$ 為一條拉直的細線，A、B 兩點在 $\overline{OP}$ 上，且 $\overline{OA}:\overline{AP}=1:3$，$\overline{OB}:\overline{BP}=3:5$。若先固定 B 點，將 $\overline{OB}$ 摺向 $\overline{BP}$，使得 $\overline{OB}$ 重疊在 $\overline{BP}$ 上，如圖(十五)，再從圖(十五)的 A 點及與 A 點重疊處一起剪開，使得細線分成三段，則此三段細線由小到大的長度比為何？

(A) 1：1：1
(B) 1：1：2
(C) 1：2：2
(D) 1：2：5



圖(十四)

圖(十五)

答案：(B)

解析：

<解一>

$\because \overline{OA}:\overline{AP}=1:3=2:6$

$\overline{OB}:\overline{BP}=3:5$

$\therefore \overline{OA}:\overline{AB}:\overline{BP}=2:1:5$

設 $\overline{OA}=2r$

$\overline{AB}=r$，其中 $r\neq 0$

$\overline{BP}=5r$

剪開後的三段細線長度分別為上圖中的 $\overline{OA}$、$\overline{AA'}$、$\overline{A'P}$

其中 $\overline{A'B}=\overline{AB}=r$，$\overline{O'B}=\overline{OB}$

$\overline{AA'}=2\overline{AB}=2r$

$\overline{A'P}=\overline{BP}-\overline{A'B}=5r-r=4r$

因此 $\overline{OA}:\overline{AA'}:\overline{A'P}$

$=2r:2r:4r$

$=1:1:2$

故選(B)

<解二>

$\because \overline{OA}:\overline{AP}=1:3$

$\therefore \overline{OA}=\frac{1}{4}\overline{OP}$，$\overline{AP}=\frac{3}{4}\overline{OP}$

又 $\overline{OB}:\overline{BP}=3:5$

$\therefore \overline{OB}=\frac{3}{8}\overline{OP}$，$\overline{BP}=\frac{5}{8}\overline{OP}$

故 $\overline{AB}=\overline{OB}-\overline{OA}$

$=\frac{3}{8}\overline{OP}-\frac{1}{4}\overline{OP}$

$=\frac{1}{8}\overline{OP}$

剪開後的三段細線長度分別為上圖中的 $\overline{OA}$、$\overline{AA'}$、$\overline{A'P}$

其中 $\overline{A'B}=\overline{AB}=\frac{1}{8}\overline{OP}$

$\overline{AA'}=2\overline{AB}=2\times\frac{1}{8}\overline{OP}=\frac{1}{4}\overline{OP}$

$\overline{A'P}=\overline{BP}-\overline{A'B}$

$=\frac{5}{8}\overline{OP}-\frac{1}{8}\overline{OP}=\frac{1}{2}\overline{OP}$

因此 $\overline{OA}:\overline{AA'}:\overline{A'P}$

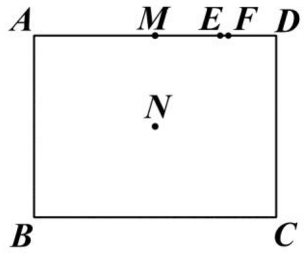
$=\frac{1}{4}\overline{OP}:\frac{1}{4}\overline{OP}:\frac{1}{2}\overline{OP}$

$=1:1:2$

故選(B)

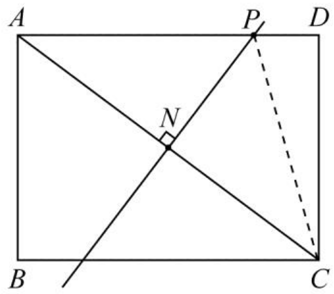
25. 如圖(十六)，矩形 $ABCD$ 中，M、E、F 三點在 $\overline{AD}$ 上，N 是矩形兩對角線的交點。若 $\overline{AB}=24$，$\overline{AD}=32$，$\overline{MD}=16$，$\overline{ED}=8$，$\overline{FD}=7$，則下列哪一條直線是 A、C 兩點的對稱軸？

(A) 直線 MN
(B) 直線 EN
(C) 直線 FN
(D) 直線 DN

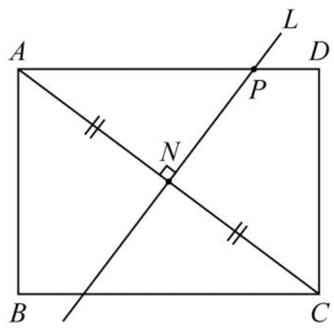


圖(十六)

答案：(C)
解析：
設 A、C 兩點的對稱軸為直線 L
$\therefore$直線 L 即為 $\overline{AC}$ 的中垂線
因此 L 會通過矩形 $ABCD$ 的兩對角線交點 N
設直線 L 交 $\overline{AD}$ 於 P 點
連 $\overline{PC}$
設 $\overline{PD}=x$
$\therefore \overline{PA}=\overline{PC}=32-x$ (P 在 $\overline{AC}$ 的對稱軸上)



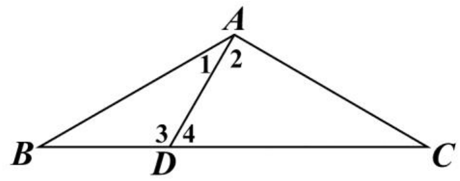
由畢氏定理可知
$\overline{PD}^2+\overline{DC}^2=\overline{PC}^2$
$x^2+24^2=(32-x)^2$
$x^2+576=1024-64x+x^2$
$64x=448$
$x=7$
$\therefore \overline{PD}=7$
又 $\overline{FD}=7$
因此 P 點即為 F 點
$\therefore \overleftrightarrow{FN}$ 為 A、C 兩點的對稱軸
故選(C)
<另解>
設 A、C 兩點的對稱軸為直線 L
$\therefore$直線 L 即為 $\overline{AC}$ 的中垂線
因此 L 會通過矩形 $ABCD$ 的兩對角線交點 N
設直線 L 交 $\overline{AD}$ 於 P 點



則$\triangle APN \sim \triangle ACD$($AA$ 相似)
$\therefore \overline{AN}:\overline{AP}=\overline{AD}:\overline{AC}$
其中 $\overline{AD}=32$
$\overline{AC}=\sqrt{24^2+32^2}=40$
$\overline{AN}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 40=20$
故 $20:\overline{AP}=32:40$
$\overline{AP}=\frac{20\times 40}{32}=25$
$\therefore \overline{PD}=\overline{AD}-\overline{AP}=32-25=7$
又 $\overline{FD}=7$
因此 P 點即為 F 點
$\therefore \overleftrightarrow{FN}$ 為 A、C 兩點的對稱軸
故選(C)

第二部分：非選擇題（第 1~2 題）

1. 如圖(十七)，ΔABC 中，$\overline{AB}=\overline{AC}$，$D$ 點在 $\overline{BC}$ 上，$\angle BAD=30°$，且 $\angle ADC=60°$。請完整說明為何 $\overline{AD}=\overline{BD}$ 與 $\overline{CD}=2\overline{BD}$ 的理由。



圖（十七）

解析：

(1)$\because \angle 4$ 為$\triangle ADB$ 的外角

$\therefore \angle 4=\angle B+\angle 1$(三角形外角定理)

可得$\angle B=\angle 4-\angle 1=60°-30°=30°$

故$\angle B=\angle 1=30°$

$\therefore \overline{AD}=\overline{BD}$(兩底角相等的三角形為等腰三角形)

(2)$\because \overline{AB}=\overline{AC}$

$\therefore \angle C=\angle B=30°$ (等腰三角形的兩底角相等)

又$\angle 4=60°$

$\therefore \angle 2=180°-(30°+60°)=90°$

故$\triangle ACD$ 的三內角為$30°-60°-90°$

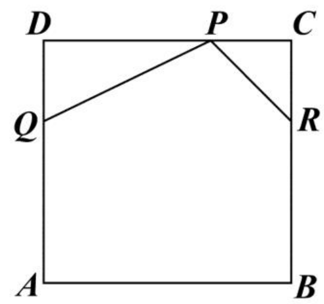
且 $\overline{AD}:\overline{AC}:\overline{CD}=1:\sqrt{3}:2$

因此 $\overline{CD}=2\overline{AD}=2\overline{BD}$

2. 如圖(十八)，正方形 $ABCD$ 是一張邊長為 12 公分的皮革。皮雕師傅想在此皮革兩相鄰的角落分別切下 ΔPDQ 與 ΔPCR 後得到一個五邊形 $PQABR$，其中 $\overline{PD}=2\overline{DQ}$，$\overline{PC}=\overline{RC}$，且 P、Q、R 三點分別在 $\overline{CD}$、$\overline{AD}$、$\overline{BC}$ 上，如圖(十八)所示。

(1) 當皮雕師傅切下 ΔPDQ 時，若 $\overline{DQ}$ 長度為 x 公分，請你以 x 表示此時 ΔPDQ 的面積。

(2) 承(1)，當 x 的值為多少時，五邊形 $PQABR$ 的面積最大？請完整說明你的理由並求出答案。



圖（十八）

解析：

(1)$\because \overline{DQ}=x$ 且 $\overline{PD}=2\overline{DQ}$

$\overline{PD}=2x$

故$\triangle PDQ$ 面積$=\dfrac{1}{2}\overline{DQ}\cdot\overline{PD}=\dfrac{1}{2}x\cdot 2x=x^2$

(2)$\because \overline{RC}=\overline{PC}=\overline{CD}-\overline{DP}=12-2x$

$\therefore$五邊形 $PQABR$ 面積

=正方形 $ABCD$ 面積－$\triangle PCR$ 面積－$\triangle PDQ$ 面積

$=12^2-\dfrac{1}{2}(12-2x)^2-x^2$

$=144-\dfrac{1}{2}(144-48x+4x^2)-x^2$

$=-3x^2+24x+72$

$=-3(x-4)^2+120\le 120$

$\therefore$當 $x=4$ 時，五邊形 $PQABR$ 面積的最大值為 120